

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

18. lipnja 2013.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)

(ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = \sqrt{3} - i$ i $z_2 = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$. Predočite te brojeve. (3 boda)

(iii) Geometrijski predočite broj z ako je $|z| = 4$ i argument $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. (2 boda)

(iv) Na primjeru brojeva z_1 i z_2 iz (ii) predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. (3 boda)

2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}3x - 2y + z &= -4 \\x + y - z &= 9 \\2x - y + z &= -3. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(ii) Pokažite da je

$$B = 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 4 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i). Koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

(iii) Zapišite opću 2 x 2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & a - 2 \end{pmatrix}$$

Odredite za koje vrijednosti realnog paramatera a je gornja matrica regularna. (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)

(ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = \arcsin x$. (2 boda)

(iv) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = (x+1)^3$ (precizan crtež). (2 boda)

4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)

(ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 + x^2$.
(2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = \sin x$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = \frac{\pi}{4}$ i predočite tu tangentu.
(3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (3 boda)
- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
- (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)
- (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$ i označite na grafu lokalne ekstreme i točke infleksije. (2 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

18. lipnja 2013.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(i) Izračunajte inverz matrice A . (4 boda)

(ii) Transponirajte matricu A . (2 boda)

(iii) Izračunajte $8A^{-1}B + 2A$. (4 boda)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{j} - 6\vec{k}$.

(i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.
(5 bodova)

(ii) Prikažite vektor \vec{k} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
(5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-5}{2x^2-2}$.

(i) Razvijte tu funkciju u Taylorov red oko točke $x_0 = 0$. (5 bodova)

(ii) Napišite prva četiri člana Taylorovog razvoja. (2 boda)

(iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (3 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-4x+5}{e^{-2x}}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (2 boda)

(ii) njene nultočke, (2 boda)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.
(4 boda)